

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Институт математики с вычислительным центром –
обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного
научного учреждения
Уфимского федерального исследовательского
центра Российской академии наук

450008, г. Уфа, ул. Чернышевского, 112.
Тел./факс (347) 272-59-36, 273-33-42; e-mail: im@matem anrb.ru

Казахский Национальный
Университет имени аль-Фараби

Механико-математический
факультет

ОТЗЫВ

научного со-руководителя на диссертацию
Абдиманаровой Перизат Бахытовны
«Семейство краевых задач для систем
интегро-дифференциальных уравнений и его применение»
на соискание степени доктора философии (PhD), доктора по профилю,
по специальности 8D05401 – Математика

Представленная диссертация посвящена исследованию семейства нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений и их применению при исследовании и решении нелокальной краевой задачи с условиями на характеристиках для одного класса систем гиперболических уравнений со смешанной производной. Отметим, что в работе так же изучается семейство нелинейных краевых задач для дифференциальных уравнений.

Во многих разделах прикладной математики возникают краевые задачи для дифференциальных уравнений. Причем, как правило, эти задачи являются нелинейными. Так как исследование вопросов разрешимости и построения приближенных методов нахождения решений нелинейных краевых задач сопряжены с принципиальными трудностями, зачастую, предполагая малость некоторых величин, участвующих при моделировании различных процессов, исходную задачу заменяют линейной краевой задачей. Однако, на основе анализа линеаризованной задачи невозможно в полной мере установить многие свойства процессов, описываемых нелинейными краевыми задачами. Это подчеркивает, что диссертация написана по направлению в математике, в котором до сих пор проводятся многочисленные исследования.

Содержательная часть работы состоит из трех глав.

В первом разделе исследованы семейства линейных дифференциальных уравнений, подчиняющиеся семейству линейных двухточечных краевых условий. Построены алгоритмы решения этой задачи, получены условия их сходимости, тем самым получены условия существования единственного решения (зависящего от параметра семейства) семейства линейных

дифференциальных уравнений, подчиняющиеся семейству линейных двухточечных краевых условий.

Надо отметить, что Д.С.Джумабаев разработал метод параметризации для решения линейной двухточечной краевой задачи систем обыкновенных дифференциальных уравнений был предложен, суть которого заключается в том, что промежуток, где рассматривается дифференциальное уравнение, разбивается на части с некоторым шагом $h > 0$ и исходная задача сводится к эквивалентной задаче с параметрами. Решение задачи с параметрами определяется как предел последовательности систем пар параметра и функции. Параметры находятся из системы линейных уравнений, определяемых по матрицам граничных условий и системы дифференциальных уравнений, а функции являются решениями задачи Коши на интервалах длины $h > 0$ при найденных значениях параметра. Введение параметра позволяет условия сходимости алгоритмов метода параметризации, одновременно обеспечивающие и существование решения, получить в терминах исходных данных рассматриваемой задачи. Таким образом, в руках исследователя есть несколько параметров – это шаг разбиения отрезка, неизвестные значения искомого решения в точках разбиений, количество внутренних подстановок (итераций) интеграла при решении возникающей задачи Коши, а также, в случае рассмотрения семейства краевых задач – параметр семейства. В диссертации П.Б. Абдимановой доказаны критерии корректной разрешимости семейства линейных дифференциальных уравнений, подчиняющиеся семейству линейных двухточечных краевых условий, показывающие взаимосвязь между шагом разбиения и количеством внутренних подстановок интеграла.

Во втором разделе исследованы семейства линейных дифференциальных уравнений, подчиняющиеся семейству нелинейных двухточечных краевых условий. По схеме метода параметризации решение этой задачи было сведено к решению нелинейного операторного уравнения относительно введенных параметров (значений неизвестного решения в точках разбиения отрезка $[0, T]$ при каждом фиксированном значении параметра семейства) и решению задач Коши. Получены условия разрешимости рассматриваемой задачи. Предложен способ нахождения численного решения. Приведены тестовые задачи, иллюстрирующие реализацию предложенного алгоритма нахождения решения поставленной задачи. В этом разделе показано применение результатов исследования семейства линейных дифференциальных уравнений, подчиняющиеся семейству нелинейных двухточечных краевых условий для исследования нелинейной нелокальной краевой задачи для одного класса систем линейных гиперболических уравнений со смешанными производными.

В третьем разделе исследовано семейство нелинейных краевых задач для семейства систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. Применение метода параметризации привело к получению условий разрешимости этой задачи. И, по аналогии со вторым разделом, показано применение полученных результатов для исследования нелинейной нелокальной краевой задачи для одного класса систем нелинейных гиперболических уравнений со смешанными производными. Приведен пример нахождения приближенного решения нелокальной краевой задачи для системы гиперболических уравнений.

Научные результаты диссертации опубликованы в серии научных статей, две из которых – в рейтинговых журналах, индексируемых в Web of Science и Scopus. Результаты докладывались на пяти международных конференциях. Диссертация выполнена на высоком качественном уровне и относится к фундаментальной математике.

Представленная работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора философии, а её автор – Абдиманопова Перизат Бахытовна заслуживает присуждения ей степени доктора философии (PhD) по математике.

Научный консультант,

доктор физико-математических наук,

профессор РАН,

главный научный сотрудник,

и.о. зав. отделом дифференциальных уравнений

Института математики с вычислительным центром

Уфимского федерального исследовательского центра

Российской Академии наук



Борисов Д.И.

*Подпись Д. И. Борисова
заверяю.*

*директора ИМВЦ УФИЦ РАН
Мусин И. С.*



Ресей Федерациясының ғылым және
жоғары білім министрлігі
Есептеу орталығының математика институты-
Ресей Ғылым академиясының Уфа федералды
ғылыми-зерттеу орталығының федералдық
мемлекеттік бюджеттік мекемесінің жеке
құрылымдық бөлімшесі
450008, Уфа қ., Чернышевский көшесі, 112.
Тел./факс (347) 272-59-36, 273-33-42; e-mail:
im@matem.anrb.ru

әл-Фараби атындағы Қазақ
Ұлттық Университеті

Механика-математикалық
факультеті

«8D05401-Математика» мамандығы бойынша
философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін
алу үшін дайындалған
Абдиманапова Перизат Бахытовнаның
«Интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін шеттік
есептер әулеті және оның қолданылуы» тақырыбы бойынша ұсынылған
диссертациялық жұмысына ғылыми кеңесшінің

ПІКІРІ

Ұсынылған диссертация интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін сызықтық емес шеттік есептер әулетін зерттеуге және оларды аралас туындылы гиперболалық теңдеулер жүйесінің бір класы үшін характеристикада шарттары бар бейлокал шеттік есептерді зерттеу мен шешуде қолдануға арналған. Жұмыста дифференциалдық теңдеулер үшін сызықтық емес шеттік есептер әулеті де зерттелетінін атап кетейік.

Қолданбалы математиканың көптеген салаларында дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептер пайда болады. Әдетте, бұл есептер сызықтық емес болады. Сызықтық емес шеттік есептердің шешілімділік мәселелерін зерттеу және шешімдерін табудың жуық әдістерін құру елеулі қиындықтармен бірге жүретіні белгілі. Сондықтан көбіне әртүрлі процестерді модельдеуге қатысатын кейбір шамалардың аздығын болжайды және бастапқы есепті сызықтық шеттік есеппен ауыстырады. Дегенмен, сызықтандырылған есепті талдау негізінде сызықтық емес шеттік есептермен сипатталатын процестердің көптеген қасиеттерін толық анықтау мүмкін емес. Осының барлығы диссертация математикада осы уақытқа дейін көптеген зерттеулер жүргізіліп жатқан бағытта жазылғанын көрсетеді.

Жұмыс негізінен үш бөлімде мазмұндалған.

Бірінші бөлімде сызықтық екі нүктелі шеттік шарттар әулетін қанағаттандыратын сызықтық дифференциалдық теңдеулер әулеті зерттелген. Бұл есепті шешудің алгоритмдері құрылған, олардың жинақтылығының шарттары алынады, осылайша сызықтық екі нүктелі шеттік шарттар әулетіне бағынатын сызықтық дифференциалдық теңдеулер әулетінің жалғыз шешімі (әулет параметріне байланысты) бар болу шарттары алынады.

Айта кетейік, Д.С. Джумабаев жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін сызықтық екі нүктелі шеттік есебін шешу мақсатында параметрлеу әдісін жасаған, оның мағынасы келесідей: дифференциалдық теңдеу қарастырылатын аралықта кейбір $h > 0$ қадаммен бөлшектенеді және бастапқы есеп параметрлері бар эквивалентті есепке келтіріледі. Параметрлері бар есептің шешімі параметр және функция жұптар жүйелерінің тізбегінің шегі ретінде анықталады.

Параметрлер шеттік шарттар матрицалары және дифференциалдық теңдеулер жүйесі арқылы құрылған сызықтық теңдеулер жүйесінен табылады, ал функциялар ұзындықтары $h > 0$ аралықтарындағы осы параметрлерге сәйкес Коши есебінің шешімдері болады. Параметрлерді енгізу параметрлеу әдісінің алгоритмдерінің жинақтылығын, сонымен бірге есептің шешімі бар болуын қамтамасыз ететін шарттарды, қарастырылап отырған есептің бастапқы деректер терминдерінде алуға мүмкіндік береді. Сонымен, зерттеушінің қолында бірнеше параметрлер бар –кесіндіні бөлу қадамы, бөлшектеу нүктелеріндегі ізделінді шешімнің белгісіз мәндері, пайда болған Коши есебін шешудегі қайталамалы интегралдар (итерацияларының) саны, сондай-ақ шеттік есептер әулетін қарастырған жағдайда – әулет параметрі. П.Б.Абдимананова бөлшектеу қадамы және қайталамалы интегралдар саны арасындағы байланысты көрсететін сызықтық екі нүктелі шеттік шарттар әулетіне бағынатын сызықтық дифференциалдық теңдеулер әулетінің қисынды шешілімді болудың критерийлерін дәлелдеген.

Екінші бөлімде екі нүктелі сызықтық емес шеттік шарттар әулетіне бағынатын сызықтық дифференциалдық теңдеулер әулеті зерттелген. Параметрлеу әдісінің сұлбасы бойынша бұл есепті шешу енгізілген параметрлерге (әулет параметрінің әрбір бекітілген мәнінде кесіндіні бөлшектеу нүктелеріндегі белгісіз шешімнің мәндері) қатысты сызықтық емес операторлық теңдеуін шешуге және Коши есептерін шешуге келтірілген. Қарастырылып отырған есептің шешілімділік шарты алынған. Есептің сандық шешімді табу тәсілі ұсынылған. Қойылған есептің шешімін табу үшін ұсынылған алгоритмнің орындалуын бейнелейтін тестілік есептер келтірілген. Бұл бөлімде сызықтық емес екі нүктелі шеттік шарттар әулетіне бағынатын сызықтық дифференциалдық теңдеулер әулетінің зерттеу нәтижелері аралас туындылы

гиперболалық теңдеулер жүйесінің бір класы үшін сызықтық емес бейлокал шеттік есептерді зерттеу үшін қолданылуы көрсетілген.

Үшінші бөлімде интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін сызықтық емес шеттік есептер әулеті зерттелген. Параметрлеу әдісін қолдану осы есептің шешілімділік шарттарын алуға әкелді. Екінші бөлімге ұқсас, алынған нәтижелерді аралас туындылы гиперболалық теңдеулер жүйесінің бір класы үшін сызықтық емес бейлокал шеттік есепті зерттеу үшін қолданылуы көрсетілген. Гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін бейлокал шеттік есептің жуық шешімін табу мысалы келтірілген.

Диссертацияның ғылыми нәтижелері ғылыми мақалалар топтамасында жарияланды, оның екеуі Web of Science және Scopus индекстелген рейтингтік журналдарда жарияланған. Нәтижелер бес халықаралық конференцияларда баяндалған. Диссертация жоғары сапалы деңгейде орындалған және іргелі математикаға жатады.

Ұсынылған жұмыс философия докторы ғылыми дәрежесін алу үшін диссертацияларға қойылатын барлық талаптарды қанағаттандырады, ал оның авторы – Абдимананова Перизат Бахытовнаға математика бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін беруге лайық.

Ғылыми кеңесші,
Ресей ғылым академиясының Уфа
федералдық ғылыми-зерттеу орталығының
есептеу орталығы математика институтының
бас ғылыми қызметкері,
дифференциалдық теңдеулер бөлімі
менгерушісінің міндетін атқарушы,
физика-математика ғылымдарының докторы,
РГА профессоры

/қолы бар/

Д.И. Борисов

Д.И. Борисовтың қолың куәландырамын.

Директордың міндетін атқарушы И.Х.Мусин /мөрі бар/